

SECOND YEAR HIGHER SECONDARY EXAMINATION, MARCH 2020

Part – III

Time : 2½ Hours

MATHEMATICS (SCIENCE) Cool-off time : 15 Minutes

Maximum : 80 Scores

General Instructions to Candidates :

- There is a ‘Cool-off time’ of 15 minutes in addition to the writing time.
- Use the ‘Cool-off time’ to get familiar with questions and to plan your answers.
- Read questions carefully before answering.
- Read the instructions carefully.
- Calculations, figures and graphs should be shown in the answer sheet itself.
- Malayalam version of the questions is also provided.
- Give equations wherever necessary.
- Electronic devices except non-programmable calculators are not allowed in the Examination Hall.

വിദ്യാർത്ഥികൾക്കുള്ള പൊതുനിർദ്ദേശങ്ങൾ :

- OGY Academy**
Outstanding Guidance for Youth
- നിർദ്ദിഷ്ട സമയത്തിന് പുറത്തെ 15 മിനിറ്റ് കൂൾ ഓഫ് ടൈം ഉണ്ടായിരിക്കും.
 - ‘കൂൾ ഓഫ് ടൈം’ ചോദ്യങ്ങൾ പരിചയപ്പെടാനും ഉത്തരങ്ങൾ ആസൃതമാം ചെയ്യാനും ഉപയോഗിക്കാം.
 - ഉത്തരങ്ങൾ എഴുതുന്നതിന് മുമ്പ് ചോദ്യങ്ങൾ ശ്രദ്ധാപൂർവ്വം വായിക്കണം.
 - നിർദ്ദേശങ്ങൾ മുഴുവനും ശ്രദ്ധാപൂർവ്വം വായിക്കണം.
 - കണക്ക് കൂട്ടലുകൾ, ചിത്രങ്ങൾ, ഗ്രാഫുകൾ, എന്നിവ ഉത്തരപേപ്പിൽ തന്നെ ഉണ്ടായിരിക്കണം.
 - ചോദ്യങ്ങൾ മലയാളത്തിലും നട്ടിയിട്ടുണ്ട്.
 - അവശ്യമുള്ള സ്ഥലത്ത് സമവാക്യങ്ങൾ കൊടുക്കണം.
 - ഫോംബാധുകൾ ചെയ്യാനാകാത്ത കാൽക്കുലേറ്ററുകൾ ഒഴികെക്കയുള്ള ഒരു ഇലക്ട്രോണിക് ഉപകരണവും പരീക്ഷാഹാളിൽ ഉപയോഗിക്കുവാൻ പാടില്ല.

Answer any six questions from 1 to 8. Each carry 3 scores.

($6 \times 3 = 18$)

1. (i) Let R be a relation in the set \mathbb{N} of natural numbers given by $R = \{(a, b) : a = b - 2\}$.
Choose the correct answer. (1)

- (a) $(2, 3) \in R$ (b) $(3, 8) \in R$
(c) $(6, 8) \in R$ (d) $(8, 7) \in R$

- (ii) Let $*$ be a binary operation defined on the set \mathbb{Z} of integers as $a * b = a + b + 1$.

Then find the identity element.

(2)

2. (i) Write two non-zero matrices A and B for which $AB = 0$. (1)

- (ii) Express $A = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 3 \end{bmatrix}$ as the sum of a symmetric matrix and a skew symmetric matrix. (2)

3. Using properties of determinants, prove that $\begin{vmatrix} 1 & a & a^2 \\ 1 & b & b^2 \\ 1 & c & c^2 \end{vmatrix} = (a - b)(b - c)(c - a)$. (3)

4. (i) Which among the following is not true :

- (a) A polynomial function is always continuous.
(b) A continuous function is always differentiable.
(c) A differentiable function is always continuous.
(d) $\log x$ is continuous for all x greater than zero. (1)

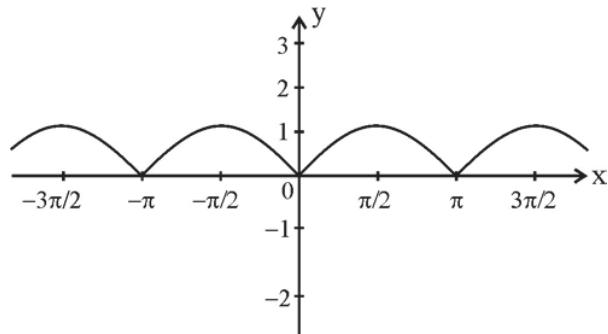
- (ii) Find $\frac{dy}{dx}$, if $x^2 + y^2 + xy = 100$. (2)

1 മുതൽ 8 വരെ ചോദ്യങ്ങളിൽ ഏതെങ്കിലും 6 എണ്ണത്തിന് ഉത്തരം എഴുതുക.

3 സ്കോർ വിത്ത്.

$$(6 \times 3 = 18)$$

5. (i) Identify the following function. (1)



- (a) $\sin x$ (b) $|\sin x|$
 (c) $\sin |x|$ (d) $\cos x$

(ii) Is the above function differentiable? Why?

(iii) Find derivative of $y = \sqrt{\tan x}$

6. (i) The slope of the tangent to the curve $y = e^{2x}$ at $(0, 1)$ is (1)

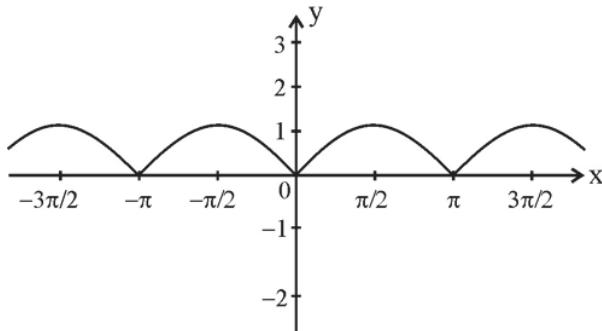
- (a) 1
(c) 0

(ii) Find the equation of a line perpendicular to the above tangent (tangent obtained in part (i)) and passing through $(2, 3)$.

7. (i) The general solution of a differential equation contains 3 arbitrary constants. Then

(ii) Check whether $y = e^{-3x}$ is a solution of the differential equation $\frac{d^2y}{dx^2} + \frac{dy}{dx} - 6y = 0$. (2)

5. (i) ചുവവെട തനിരിക്കുന്ന ഫംഗഷൻ എത്രയും എഴുതുക. (ചിത്രം താഴെ കൊടുത്തിരിക്കുന്നു). (1)

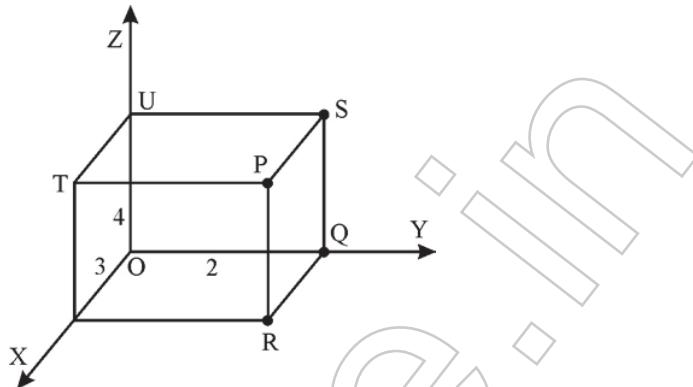


- (a) $\sin x$ (b) $|\sin x|$
 (c) $\sin|x|$ (d) $\cos x$
- (ii) ചിത്രത്തിലെ ഫംഗഷൻ ഡിഫറൻഷ്യബിളാണോ? എന്തുകൊണ്ട്? (1)
- (iii) $y = \sqrt{\tan x}$ റെ ഡേറ്റിവേറ്റീവ് കാണുക. (1)

6. (i) $y = e^{2x}$ എന്ന കർഖിഞ്ച് $(0, 1)$ ലെ തൊടുവരയുടെ ലൈപ്പ്
 (a) 1 (b) 2
 (c) 0 (d) -1
- (ii) മുകളിൽ പറഞ്ഞിരിക്കുന്ന (പാർശ്വ i) ലെ തൊടുവരയ് ലംബമായതും $(2, 3)$ എന്ന ബിന്ദുവിൽക്കുടി കടന്നുപോകുന്നതുമായ വരയുടെ സമവാക്യം കാണുക (2)

7. (i) ഒരു ഡിഫറൻഷ്യൽ സമവാക്യത്തിന്റെ പൊതുപരിഹാരത്തിൽ 3 ആർഡിറ്ററി സ്ഥിര സംവ്യക്താണുള്ളത്. എങ്കിൽ ആ ഡിഫറൻഷ്യൽ സമവാക്യത്തിന്റെ ഓർഡർ എന്ത്? (1)
- (a) 2 (b) 3
 (c) 0 (d) 1
- (ii) $y = e^{-3x}$ എന്നത് $\frac{d^2y}{dx^2} + \frac{dy}{dx} - 6y = 0$ എന്ന ഡിഫറൻഷ്യൽ സമവാക്യത്തിന്റെ പരിഹാരമാണോ എന്ന് പരിശോധിക്കുക. (2)

8. Consider the following figure :



Answer any 8 questions from 9 to 18. Each carry 4 scores. $(8 \times 4 = 32)$

9. Let $A = \mathbb{R} - \{3\}$ and $B = \mathbb{R} - \{1\}$. Consider the function $f : A \rightarrow B$ defined by $f(x) = \frac{x-2}{x-3}$.

(i) Is f one-one and onto? Justify your answer. (2)

(ii) Is it invertible? Why? (1)

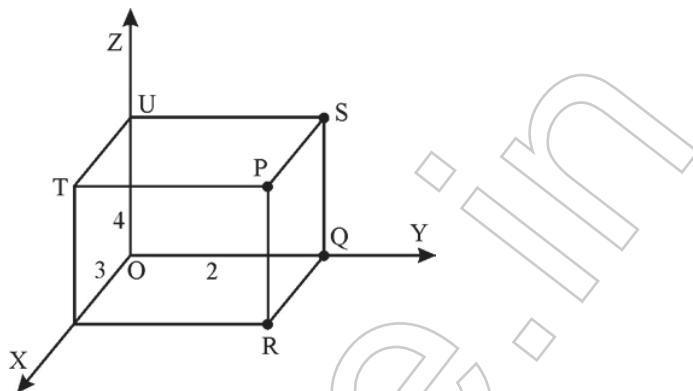
(iii) If invertible, find inverse of $f(x)$. (1)

10. (i) If $xy < 1$, $\tan^{-1} x + \tan^{-1} y = \underline{\hspace{2cm}}$. (1)

(a) $\tan^{-1} \left(\frac{x-y}{1+xy} \right)$ (b) $\tan^{-1} \left(\frac{x+y}{1-xy} \right)$

(c) $\frac{\tan x + \tan y}{1 - \tan x \cdot \tan y}$ (d) $\frac{\tan x - \tan y}{1 + \tan x \cdot \tan y}$

(ii) Solve $\tan^{-1} 2x + \tan^{-1} 3x = \frac{\pi}{4}$. (3)



9 മുതൽ 18 വരെ ചോദ്യങ്ങളിൽ ഏതെങ്കിലും 8 എണ്ണത്തിന് ഉത്തരമെഴുതുക.

4 സോഫ്റ്റ്‌വെയർ വിത്ത്. (8 × 4 = 32)

9. $A = \mathbb{R} - \{3\}$, $B = \mathbb{R} - \{1\}$. $f: A \rightarrow B$ എന്നത് പാഠ്യനിർഭ്യൂചിതിരക്കുന്നു.

(i) $f(x)$ വൺ-വൺ, ഓൺടു ആണോ? ഉത്തരം സാധ്യുക്കരിക്കുക. (2)

(ii) $f(x)$ ഇൻവോർട്ടിബിൾ ആണോ? (1)

(iii) $f(x)$ ഇൻവോർട്ടിബിൾ ആണെങ്കിൽ, $f(x)$ ഏഴ് ഇൻവോർട്ട് കാണുക. (1)

10. (i) $xy < 1$ ആയോട് $\tan^{-1} x + \tan^{-1} y =$ _____.

$$(a) \quad \tan^{-1} \left(\frac{x-y}{1+xy} \right) \qquad (b) \quad \tan^{-1} \left(\frac{x+y}{1-xy} \right)$$

$$(c) \frac{\tan x + \tan y}{1 - \tan x \cdot \tan y} \quad (d) \frac{\tan x - \tan y}{1 + \tan x \cdot \tan y}$$

- (ii) பயிற்சி : $\tan^{-1} 2x + \tan^{-1} 3x = \frac{\pi}{4}$. (3)

11. (i) Find $\frac{dy}{dx}$ if $y = x^x + x^{\sin x}$. (3)

(ii) If $y = x \cos x$, find $\frac{d^2y}{dx^2}$. (1)

12. (i) $\int \frac{f(x)}{\tan x} dx = \log |\tan x| + c$. Then $f(x)$ is (1)

(a) $\cot x$ (b) $\sec^2 x$

(c) $\operatorname{cosec}^2 x$ (d) $\cot^2 x$

(ii) If $\frac{d(f(x))}{dx} = 4x^3 - \frac{3}{x^4}$; $x \neq 0$. Given that $f(2) = 0$. Find $f(x)$. (3)

13. (i) Area bounded by the curve $y = f(x)$, x -axis and the lines $x = a$ and $x = b$ is (1)

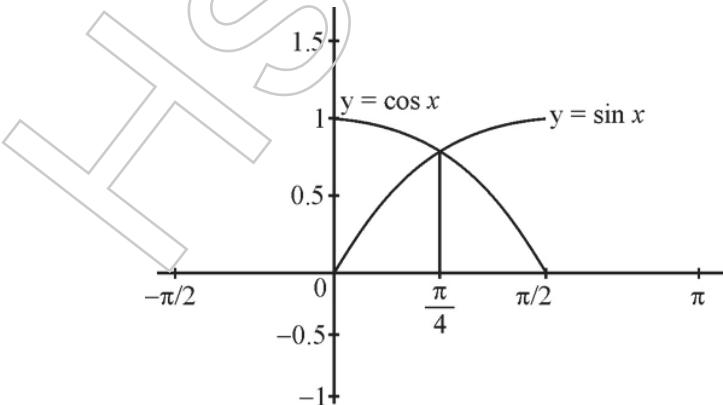
(a) $\int_a^b x dy$

(c) $\int_a^b x^2 dy$

(b) $\int_a^b y dx$

(d) $\int_a^b y^2 dx$

(ii) From the following figure, find the area of the region bounded by the curves $y = \sin x$, $y = \cos x$ and x -axis as x varies from 0 to $\frac{\pi}{2}$. (3)



11. (i) $y = x^x + x^{\sin x}$ ആയാൽ $\frac{dy}{dx}$ കാണുക. (3)

(ii) $y = x \cos x$ ആയാൽ $\frac{d^2y}{dx^2}$ കാണുക. (1)

12. (i) $\int \frac{f(x)}{\tan x} dx = \log |\tan x| + c.$ ആയാൽ $f(x)$ (1)

(a) $\cot x$ (b) $\sec^2 x$

(c) $\operatorname{cosec}^2 x$ (d) $\cot^2 x$

(ii) $\frac{d(f(x))}{dx} = 4x^3 - \frac{3}{x^4}; x \neq 0$ എന്ന് തനിച്ചുണ്ട് $f(2) = 0$ ആയാൽ $f(x)$ കാണുക. (3)

13. (i) $y = f(x)$ എന്ന കർവിനും, x അക്ഷത്തിനും $x = a, x = b$ എന്നീ വരകൾക്ക് ഇടയിലുള്ള പരപ്പളവ് (1)

(a) $\int_a^b x dy$

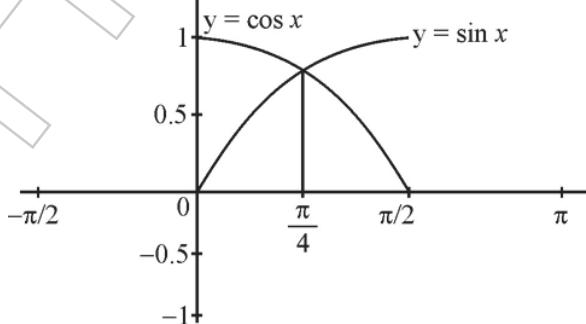
(c) $\int_a^b x^2 dy$



(b) $\int_a^b y dx$

(d) $\int_a^b y^2 dx$

(ii) താഴെ കൊടുത്തിരിക്കുന്ന സ്രിതേരിൽ നിന്നും $y = \sin x, y = \cos x, x$ -അക്ഷം ഇവയ്ക്കിലുള്ള പരപ്പളവ് കണക്കാക്കുക. x എന്നത് 0 മുതൽ $\frac{\pi}{2}$ വരെ മാറുന്നു. (3)



14. (i) Form the differential equation corresponding to the curve $y = mx$. (2)

(ii) Solve $\frac{dy}{dx} + \frac{y}{x} = x^2$. (2)

15. Find a unit vector perpendicular to the plane ABC where A, B, C are points (1, 1, 2), (2, 3, 5) and (1, 5, 5). (4)

16. The Cartesian equation of two lines are

$$\frac{x+1}{7} = \frac{y+1}{-6} = \frac{z+1}{1} \text{ and } \frac{x-3}{1} = \frac{y-5}{-2} = \frac{z-7}{1}.$$

(i) Write the vector equations. (1)

(ii) Find the shortest distance between these two lines. (3)

17. (i) If a plane intersects the co-ordinate axes at a, b, c respectively, write the equation of the plane. (1)

(ii) Find the distance of the plane obtained in part (i) from the origin. (1)

(iii) Find the Vector and Cartesian equations of the plane passing through (1, 0, -2) and normal to the plane is $i + j - k$. (2)

18. Given two independent events A and B such that $P(A) = 0.3$, $P(B) = 0.6$ find

(i) $P(A \text{ and } B)$ (1)

(ii) $P(A \text{ and not } B)$ (1)

(iii) $P(A \text{ or } B)$ (1)

(iv) $P(\text{neither } A \text{ nor } B)$ (1)

Answer any 5 questions from 19 to 25. Each carry 6 scores. (5 × 6 = 30)

19. (i) Let $A = [a_{ij}]_{2 \times 3}$; where $a_{ij} = i + j$. Construct A. (2)

(ii) Find AA' and hence prove that AA' is symmetric. (2)

(iii) For any square matrix A, prove that $A + A'$ is symmetric. (2)

14. (i) $y = mx$ എന്ന കർവിരേൾ ഡിഫറൻഷ്യൽ സമവാക്യം കാണുക. (2)

(ii) പതിഹാരം കാണുക $\frac{dy}{dx} + \frac{y}{x} = x^2$ (2)

15. A, B, C എന്നീ ബിന്ദുക്കൾ തമാക്രമം (1, 1, 2), (2, 3, 5), (1, 5, 5) എന്നിങ്ങനെയാണ്. ABC എന്ന തലത്തിന് ലംബമായ ഒരു യൂണിറ്റ് വെക്ടർ കണ്ടുപിടിക്കുക. (4)

16. രണ്ടു വരകളുടെ കാർട്ടീഷ്യൻ സമവാക്യമാണ്

$$\frac{x+1}{7} = \frac{y+1}{-6} = \frac{z+1}{1}, \quad \frac{x-3}{1} = \frac{y-5}{-2} = \frac{z-7}{1}.$$

(i) ഈവയുടെ വെക്ടർ സമവാക്യങ്ങൾ എഴുതുക. (1)

(ii) ഈ രണ്ടു വരകൾ തമ്മിലുള്ള ഏറ്റവും കുറവും ഭൂരം കാണുക. (3)

17. (i) ഒരു തലം x, y, z എന്നീ അക്ഷങ്ങളെ തമാക്രമം a, b, c യിൽ വണിക്കുന്നു. ഈ തലത്തിന്റെ സമവാക്യം എഴുതുക. (1)

(ii) പാർട്ട്(i) തോറിയ തലവും ഓജിനും തമ്മിലുള്ള ഭൂരം കണക്കാക്കുക. (1)

(iii) (1, 0, -2) എന്ന ബിന്ദുവിൽ കൂടി കടന്നു പോകുന്നതും നോർമൽ $i + j - k$ ആയതുമായ തലത്തിന്റെ കാർട്ടീഷ്യൻ സമവാക്യവും വെക്ടർ സമവാക്യവും കാണുക. (2)

18. A, B ഇവ രണ്ട് ഇൻഡിപെൻഡന്റ് ഇഉവർഗ്ഗുകളാണ്. $P(A) = 0.3$, $P(B) = 0.6$ ആയാൽ ചുവവും തന്നിരിക്കുന്നവ കാണുക. (5 × 6 = 30)

(i) $P(A \text{ and } B)$ (1)

(ii) $P(A \text{ and not } B)$ (1)

(iii) $P(A \text{ or } B)$ (1)

(iv) $P(\text{neither } A \text{ nor } B)$ (1)

19 മുതൽ 25 വരെയുള്ള ഫോറ്റുങ്ങളിൽ ഏതെങ്കിലും 5 എണ്ണത്തിന് ഉത്തരമെഴുതുക.

6 സ്പോർഡ് വിതരം. (5 × 6 = 30)

19. (i) $A = [a_{ij}]_{2 \times 3}$; $a_{ij} = i + j$ ആയാൽ A എന്ന മാട്രിക്സ് എഴുതുക. (2)

(ii) AA' കാണുക. AA' ഒരു സിമെട്ടിക് മാട്രിക്സാണെന്നു തെളിയിക്കുക. (2)

(iii) ഏതൊരു സ്ഥായര മാട്രിക്സ് A യും, $A + A'$ ഒരു സിമെട്ടിക് മാട്രിക്സാണെന്നു തെളിയിക്കുക. (2)

20. (i) If A is a skew symmetric matrix of order 3. Then prove that its determinant is zero (Without using example). (2)

(ii) Given that $\begin{bmatrix} 2+x & 3 & 4 \\ 1 & -1 & 2 \\ x & 1 & 5 \end{bmatrix}$ is a singular matrix. Find the value of x . (2)

(iii) Given A and B are square matrices of order 2 such that $|A| = -1$, $|B| = 3$.
 Find $|3AB|$ (2)

21. (i) Find the intervals in which the function $f(x) = x^2 + 2x - 5$ strictly increasing or decreasing. (2)

(ii) Find the equation of tangent and normal for the curve $y = x^3$ at $(1, 1)$. (2)
 (iii) Find local maximum and local minimum if any for the function

$$h(x) = \sin x + \cos x, 0 < x < \frac{\pi}{2}. \quad (2)$$

- ## 22. Integrate :

(i) $\int \frac{dx}{1 + \frac{x^2}{4}}$ (2)

$$(ii) \quad \int \frac{x}{(x-1)(x-2)} dx \quad \text{OGY} \quad (2)$$

(iii) $\int_0^{\frac{\pi}{2}} x \cos x \, dx$ (2)

23. (i) If \bar{a} , \bar{b} , \bar{c} are three coplanar vectors, then $[\bar{a} \bar{b} \bar{c}]$ is

- (a) 1 (b) 0
 (c) -1 (d) not defined (1)

- (ii) If $|\bar{a}| = 2$, $|\bar{b}| = 3$ and θ is the angle between \bar{a} and \bar{b} . Then maximum value of $\bar{a} \cdot \bar{b}$ occurs when $\theta =$ _____.

- (a) $\frac{\pi}{2}$

(b) π
(c) 0
(d) $\frac{\pi}{4}$

- (iii) If $\bar{b} = 2\mathbf{i} + \mathbf{j} - \mathbf{k}$, $\bar{c} = \mathbf{i} + 3\mathbf{k}$ and \bar{a} is a unit vector. Find the maximum value of Scalar triple product $[\bar{a} \bar{b} \bar{c}]$. (4)

20. (i) 3×3 ഓർഡറുള്ള ഒരു സൂചനിമെട്ടിക് മാട്രിക്സ് A. A യുടെ ഡിഗ്രർമ്മിന്റെ വില പുജ്യമാണെന്ന് തെളിയിക്കുക. (ഉദാഹരണം ഉപയോഗിക്കാതെ) (2)

(ii) $\begin{bmatrix} 2+x & 3 & 4 \\ 1 & -1 & 2 \\ x & 1 & 5 \end{bmatrix}$ ഒരു സിംഗുലർ മാട്രിക്സ്. x എൽ വില കാണുക. (2)

(iii) A, B ഓർഡർ 2 ഉള്ള സ്ക്രയർ മാട്രിക്സുകളാണ്. കൂടാതെ $|A| = -1$, $|B| = 3$ ആയാൽ $|3AB|$ കാണുക. (2)

21. (i) $f(x) = x^2 + 2x - 5$ എന്ന ഫംഗഷൻ സ്കീക്രൂൾ ഇൻകോസിംഗ്, സ്കീക്രൂൾ ഡിക്രോസിംഗ് ആകുന്ന ഇൻഡിവലുകൾ കണ്ടു പിടിക്കുക. (2)

(ii) $y = x^3$ എന്ന കർവിന് (1, 1)ലെ തൊട്ടുവരയുടെയും നോർമലിങ്ചയും സമവാക്യം കാണുക. (2)

(iii) $h(x) = \sin x + \cos x$, $0 < x < \frac{\pi}{2}$ എൽ ലോകൽ മാക്സിമം, ലോകൽ മിനിമം ഇവ ഉണ്ടെങ്കിൽ കണ്ടുപിടിക്കുക. (2)

22. ഇൻഡ്രോ ചെയ്യുക :

$$(i) \int \frac{dx}{1 + \frac{x^2}{4}} \quad (2)$$

$$(ii) \int \frac{x}{(x-1)(x-2)} dx \quad (2)$$

$$(iii) \int_0^{\frac{\pi}{2}} x \cos x dx \quad (2)$$

23. (i) $\bar{a}, \bar{b}, \bar{c}$ ഇവ മൂന്ന് കോണ്ടുകൊണ്ട് വെച്ചുറുകളായാൽ $[\bar{a} \bar{b} \bar{c}]$.

- | | |
|----------|-----------------------------|
| (a) 1 | (b) 0 |
| (c) -1 | (d) നിർവ്വചിക്കാൻ കഴിയില്ല. |
- (1)

(ii) $|\bar{a}| = 2$, $|\bar{b}| = 3$, \bar{a}, \bar{b} ഇവയ്ക്കിടയിലുള്ള കോണാണ് θ . $\bar{a} \cdot \bar{b}$ യുടെ പരമാവധി വില ഉള്ളിക്കുന്ന θ യുടെ വില _____.

- | | |
|---------------------|---------------------|
| (a) $\frac{\pi}{2}$ | (b) π |
| (c) 0 | (d) $\frac{\pi}{4}$ |
- (1)

(iii) $\bar{b} = 2i + j - k$, $\bar{c} = i + 3k$, \bar{a} എന്നത് ഒരു യൂണിറ്റ് വെക്ടറാണ്. സ്ക്രൂൾ ട്രിപ്പിൾ ഫ്രോയ്ക്സ് $[\bar{a} \bar{b} \bar{c}]$ യുടെ പരമാവധി വില കണക്കാക്കുക. (4)

24. Solve the linear programming problem graphically.

$$\text{Max : } Z = 3x + 2y$$

$$\text{Subject to : } x + 2y \leq 10$$

$$3x + y \leq 15$$

$$x \geq 0, y \geq 0 \quad (6)$$

25. The probability distribution of a random variable X is given in the following table :

X	0	1	2	3	4
P(X)	0.1	k	2k	2k	k

- (i) Find k. (1)
- (ii) Find the probability that X lies between 1 and 4. (1)
- (iii) Find mean of X. (2)
- (iv) Find variance of X. (2)



24. ചുവടെ തന്നിൽക്കുന്ന ലീനിയർ പ്രോഗ്രാമിംഗ് പ്രോബ്ലം ശാമ്പുപയോഗിച്ച് പതിഹാരം കാണുക.

$$\text{Max : } Z = 3x + 2y$$

$$\text{Subject to : } x + 2y \leq 10$$

$$3x + y \leq 15$$

$$x \geq 0, y \geq 0$$

(6)

25. X എന്ന റാൻഡം വേരിയബിളിങ്സ് പ്രോബ്ലം ഡിസ്ട്രിബ്യൂഷൻ ചുവടെ കൊടുത്തിരിക്കുന്നു :

X	0	1	2	3	4
P(X)	0.1	k	2k	2k	k

- (i) k യുടെ വില കാണുക. (1)
- (ii) X എന്ന റാൻഡം വേരിയബിൾ 1 നും 4 നും മുട്ടയാക്കുമ്പോൾ സാധ്യത കാണുക. (1)
- (iii) X എൻ ശരാശരി (മീന്) കാണുക. (2)
- (iv) X എൻ വേരിയൻസ് കാണുക. (2)



